**B-9**

**Задание 3**

Для задачи, приведенной в пункте 2:

а. Записать задачу в канонической и стандартной форме;

б. Представить задачу, записанную в канонической и стандартной формах, в матричном виде;

в. Решить задачу линейной оптимизации алгебраическим симплекс-методом;

Итак, у нас есть целевая функция и ряд ограничений:

F = 3-x1+x2 → max, при системе ограничений:  
2x1+3x2 ≤ 11   
-x1-3x2 ≤ 2   
2x1-x2 ≥ -1

**ЭТАП I**

**Шаг 1.** Запишем задачу в стандартной форме:

2x1+3x2≤11  
-x1-3x2≤2  
-2x1+x2≤1

max f = 3-x1 + x2

**Шаг 2.** Запишем задачу в каноническом виде (введем слабые переменные y1, y2, y3, эти слабые переменные будут неотрицательными):

2x1+3x2 +y1 = 11  
-x1-3x2 +y2 = 2  
-2x1+x2 +y3 = 1 yj>=0, j=1,2,3

max f = 3-x1 + x2

N=5 (переменные)

M=3 – базисные переменные

P=N-M=2 – свободные переменные

**Шаг 3.** Запишем задачу в матричном виде:

А= Х=(х1, х2, у1, у2, у3)^T B=(11 2 1)^T

**ЭТАП II – разделение переменных на базисные и свободные**

y1, y2, y3 – базисные (т.к. каждый «y» входит только в одно ограничение, поэтому нам не надо будет решать систему, мы сразу получим базисное решение)

x1,x2 – свободные

**ЭТАП III**

Выразим базисные переменные через свободные:

y1 = 11-2x1-3x2

y2 =2+x1+3x2

y3 = 1+2x1-x2

**ЭТАП IV –** проверка на неотрицательные свободные константы

**ЭТАП V**

Подставим всё в целевую функцию:

Т.к. «у» изначально в целевую функцию не входили, то просто перепишем:

F=3-x1+x2 → max

**ЭТАП VI** – вычисляем базисные решения

x1, x2, x3=0. Тогда автоматически получаем:у1=11, у2=2, у3=1, F=3

F = 3-x1+x2 → max …→… x2 увел-м.

**ЭТАП VII**

х1=0,x2 **–** отличен от 0. Тогда получаем:

Y1= 11-3x2

Y2=2 +3x2

Y3= 1-x2

Далее, приравняем к 0, чтобы найти решение каждого из уравнений:

Y1= 11-3x2 =0 … x2 = 3.67

Y2=2 +3x2 =0 … x2 = -1.5

Y3= 1-x2 =0 … x2 = 1 => y3 исключаем из базиса, a x2 включаем в базис (переменные y3 и x2 «поменялись» местами)

x2 <–> y3 (меняем местами, т.к. они поменялись своими свойствами)

Y1= 11-2x1-3x2

Y2=2+x1+3x2

X2= 1+2x1-y3 – главное или разрешающее уравнение

Затем подставляем x2 во все ограничения и целевую функцию:

у1=8-8x1+3y3

у2=5+7x1-3y3

x2= 1+2x1-y3

F=3-x1+1+2x1-y3 => 4+x1-y3 –> max

x1=0, y3=0 – свободные переменные => x2=1, y1=8, y2=5; f=4

**ЭТАП VII**I

Теперь увеличиваем x1 (т.к. целевая функция возрастает наиболее быстро), то есть x1 больше не равен 0.

Y1=8-8x1

Y2=5+7x1

X2= 1+2x1

Y1=8-8x1 =0 … x1=1 => y1 исключаем из базиса, a x2 включаем в базис

Y2=5+7x1 =0 … x = –5/7

X2= 1+2x1=0 … = –0.5

X1 <–> y1 (меняем местами, т.к. они поменялись своими свойствами)

X1=1-y1/8

Y2=5+7x1

X2= 1+2x1

Затем подставляем x1 во все ограничения и целевую функцию:

X1=1-y1/8

Y2=5+7-7y1/8

X2= 1+2-2y1/8

F=5-y1/8 –y3 –> max

y3=y1=0 => x1=1, x2=3, y2=12; f=5

В-9

Задание 4

Дана задача линейной оптимизации. Во всех задачах x1, x2, x3 ≥ 0.

а. Записать задачу в канонической и стандартной форме;

б. Представить задачу, записанную в канонической и стандартной формах, в матричном виде;

в. Решить задачу линейной оптимизации табличным симплекс-методом, применяя метод штрафа и двухэтапный метод;

Итак, у нас есть целевая функция и ряд ограничений:

F = -2x1-5x2+3х3 → min, при системе ограничений:

x1+x2 ≥ 2

3⋅x1+x2 ≤ 4

x1+x3 ≥ 5

**ЭТАП I**

**Шаг 1.** Запишем задачу в стандартной форме:

x1+x2 ≥ 2

-3⋅x1-x2 ≥ -4

x1+x3 ≥ 5

**Шаг 2.** Запишем задачу в каноническом виде (введем слабые переменные y1, y2, y3, эти слабые переменные будут неотрицательными):

x1+x2+y1 = 2

-3⋅x -x2+y2 = -4

x1+ x3+y3 = 5 yj >= 0, j=1,2,3

N=5 (переменные)

M=3 – базисные переменные

P=N-M=2 – свободные переменные

**Шаг 3.** Запишем задачу в матричном виде:

А=

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| БП | Х1 | Х2 | Х3 | Y1 | Y2 | Y3 | CЧ |
| F | -2 | -5 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Y1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 |
| Y2 | -3 | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 | -4 |
| Y3 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 5 |

y1 = 2–x1–x2

y2 = -4+3⋅x1+x2

y3 = 5–x1–x3